

**Автономная некоммерческая организация профессионального образования  
«Колледж мировой экономики и передовых технологий»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

учебной дисциплины ОП. 01. Элементы высшей математики

для специальности

**09.02.09 Веб-разработка**

квалификация – разработчик Веб-приложений

форма обучения – очная

Москва - 2025

## ОДОБРЕНА

Предметной (цикловой) комиссией  
математических дисциплин  
Протокол от 16 декабря 2025 г. № 4

**Разработана на основе Федерального  
государственного образовательного  
стандарта по специальности среднего  
профессионального образования 09.02.09 Веб-  
разработка**

Председатель ПЦК



/Космакова О.В.

Заместитель директора по методической работе

  
Подпись

/ Ю.И. Богомолова

## РАССМОТРЕНА

на заседании Педагогического совета  
Протокол от 18 декабря 2025 г. №3

Разработчик:

Космакова О.В., преподаватель АНО ПО «Колледж мировой экономики и передовых технологий»

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ учебной дисциплины ОП. 01. Элементы высшей математики.....	4
2. КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ для текущего контроля успеваемости по дисциплине ОП. 01 Элементы высшей математики.....	10
2.1. Пояснительная записка .....	10
2.2. Оценочные средства для проведения опроса (устного/письменного)	11
2.3. Оценочные средства практических занятий.....	14
2.4. Оценочные средства внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся .....	29
3. КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ для промежуточного контроля успеваемости по дисциплине .....	30
3.1 Пояснительная записка.....	30
3.2. Тест промежуточного контроля .....	30

**1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**учебной дисциплины ОП. 01. Элементы высшей математики**

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	ПК, ОК	Наименование раздела, темы	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li> <li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li> <li>– пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</li> </ul>	<p>ОК 1 ОК 5</p>	<p align="center"><b>Тема 1.</b> Основа теории комплексных чисел</p>		
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li> </ul>	<p>ОК 1 ОК 5</p>	<p align="center"><b>Тема 2.</b> Теория пределов</p>		

<ul style="list-style-type: none"> <li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li> <li>пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</li> </ul>				
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li> <li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li> <li>пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</li> </ul>	<p>ОК 1 ОК 5</p>	<p><b>Тема 3.</b> Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной</p>		
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li> <li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li> <li>пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</li> </ul>	<p>ОК 1 ОК 5</p>	<p><b>Тема 4.</b> Интегральное исчисление функции одной действительной переменной.</p>		
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> </ul>	<p>ОК 1 ОК 5</p>	<p><b>Тема 5.</b> Дифференциальное исчисление функции</p>		

<ul style="list-style-type: none"> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li> <li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li> </ul> <p>пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</p>		<p>нескольких действительных переменных</p>		
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li> <li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li> </ul> <p>пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</p>		<p><b>Тема 6.</b> Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных.</p>		
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых</li> </ul>	<p>ОК 1 ОК 5</p>	<p><b>Тема 7.</b> Теория рядов</p>		

<p>второго порядка на плоскости;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li> </ul> <p>пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</p>				
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li> <li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li> </ul> <p>пользоваться понятиями теории комплексных чисел</p>	<p>ОК 1 ОК 5</p>	<p><b>Тема 8.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения</p>		
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li> <li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li> </ul> <p>пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</p>	<p>ОК 1 ОК 5</p>	<p><b>Тема 9.</b> Матрицы и определители</p>		
		<p><b>Тема 10.</b> Системы линейных уравнений</p>		
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и</li> </ul>	<p>ОК 1 ОК 5</p>	<p><b>Тема 11.</b> Векторы и действия с</p>		

<p>аналитической геометрии;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li> <li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li> </ul> <p>пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</p>		<p>ними</p>		
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li> <li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li> </ul> <p>пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</p>	<p>ОК 1 ОК 5</p>	<p><b>Тема 12.</b> Аналитическая геометрия на плоскости</p>		
<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;</li> <li>– основы дифференциального и интегрального исчисления</li> <li>– основы теории комплексных чисел.</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</li> </ul>	<p>ОК 1 ОК 5</p>	<p>Дифференцированный зачет</p>		

<ul style="list-style-type: none"><li>– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;</li><li>– применять методы дифференциального и интегрального исчисления решать дифференциальные уравнения;</li></ul> пользоваться понятиями теории комплексных чисел.				
--	--	--	--	--

## 2. КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ для текущего контроля успеваемости по дисциплине ОП. 01 Элементы высшей математики

### 2.1. Пояснительная записка

Комплект оценочных средств предназначен для мониторинга качества получаемых обучающимися образовательных результатов, по наиболее значимым для дальнейшего обучения темам, разделам учебной дисциплины ОП. 01 Элементы высшей математики и входит в состав фонда оценочных средств программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.09 Веб-разработка, реализуемой в АНО ПО «Колледж мировой экономики и передовых технологий».

Комплект оценочных средств разработан в соответствии с рабочей программой ОП. 01. Элементы высшей математики.

Комплект оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости включает:

- опрос (устный, письменный), позволяющий оценить объем и глубину знаний по теме;
- контрольные материалы для проведения текущего контроля при выполнении практических занятий;
- проверка внеаудиторной самостоятельной работы, позволяющая оценить исполнительские навыки обучающихся в решении поставленных задач.

В результате освоения учебной дисциплины ОП. 01 Элементы высшей математики обучающийся должен обладать предусмотренными 09.02.09 Веб-разработка:

Умения:	- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; - решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; - применять методы дифференциального и интегрального исчисления - решать дифференциальные уравнения; - пользоваться понятиями теории комплексных чисел.
Знания:	- основ математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; - основы дифференциального и интегрального исчисления - основы теории комплексных чисел.

Знания и умения, формируемые в рамках ОП. 01 Элементы высшей математики, направлены на формирование общих и/или профессиональных компетенций:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.

## 2.2. Оценочные средства для проведения опроса (устного/письменного)

### Перечень вопросов для устного опроса

Тема 1. Основы теории комплексных чисел

1. Перевод комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую и из тригонометрической формы в алгебраическую.
2. Перевод комплексного числа из алгебраической формы в экспоненциальную и из экспоненциальной формы в алгебраическую.
3. Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел.

Тема 2. Теория пределов.

1. Основные характеристики функции.
2. Нахождение области определения функции.
3. Предел ограниченной числовой последовательности.
4. Алгебраическая сумма конечного числа бесконечно малых функций.
5. Произведение ограниченной функции на бесконечно малую функцию.
6. Произведение бесконечно малой функции на число.
7. Частное от деления бесконечно малой функции на число.
8. Взаимосвязь бесконечно малой и бесконечно большой функций.
9. Признаки существования предела.
10. Предел суммы, разности, произведения, частного двух функций.
11. Предел степени с натуральным показателем.
12. Понятие эквивалентности. Вычисление пределов с помощью эквивалентных б.м. функций
- 13.. Условия непрерывности функции в интервале.
14. Классификация точек разрыва функции.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной.

1. Производная, геометрический смысл.
2. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
3. Определение локального экстремума. Необходимое и достаточное условия существования экстремумов.
4. Условие существования экстремумов функции.
5. Определение точки перегиба. Условие существования точки перегиба графика функции.

Тема 4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной.

1. Какие задачи приводят к понятию определенного интеграла и в чем заключается алгоритм их решения?
2. Что такое интегральная сумма и какими свойствами она обладает?
3. Дать определение определенного интеграла.
4. Сформулировать свойства определенного интеграла.
5. В чем особенность методов нахождения определенных интегралов? 6. Что такое несобственные интегралы и каких видов они бывают?
6. Каков геометрический смысл несобственных интегралов?

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных.

1. Дать определение функции нескольких переменных.
2. Дать определение предела функции нескольких переменных по Коши и по Гейне.
3. Записать частные и полное приращения функции нескольких переменных.
4. Сформулировать правило нахождения частных производных.
5. Каков геометрический смысл частных производных?
6. Что такое функция полезности и ее линии безразличия?
7. Записать функцию Кобба-Дугласа.

Тема 6. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных.

1. Определение и основные свойства двойного интеграла.
2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных и полярных координатах.
3. Определение и основные свойства тройного интеграла.
4. Вычисление тройного интеграла в прямоугольных координатах.
5. Определения и основные свойства криволинейного интеграла первого и второго рода.
6. Параметрическое, явное и полярное представление кривой интегрирования.

Тема 7. Теория рядов.

1. Основные понятия (числовой ряд, частичная сумма ряда, гармонический ряд).
2. Признаки сходимости числовых рядов (предельный, Даламбера, Коши, Лейбница).
3. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
4. Интервал и область сходимости степенного ряда.
5. Свойства степенных рядов.
6. Разложение функций в степенные ряды.
7. Вычисление определенного интеграла с помощью рядов.
8. Приближенное решение дифференциальных уравнений.

9. Определение и свойства тригонометрического ряда.
10. Разложение функций в ряд Фурье.

#### Тема 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

1. Общее и частное решение дифференциальных уравнений первого и второго порядков.
2. Методы решения дифференциальных уравнений первого и второго порядков.
3. Структура общего решения дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
4. Системы дифференциальных уравнений и метод их решения.

#### Тема 9. Матрицы и определители

1. Свойства операций сложения и умножения матрицы на число.
2. Свойства умножения матриц.
3. Свойства операции транспонирования.
4. Свойства определителей  $n$ -го порядка.
5. Условие существования обратной матрицы.

#### Тема 10. Системы линейных уравнений

1. Условие совместности системы линейных алгебраических уравнений.
2. Решение систем уравнений методом Гаусса.
3. Решение систем уравнений с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера.

#### Тема 11. Векторы и действия с ними

1. Определение длины вектора.
2. Условие коллинеарности векторов.
3. Свойства линейных операций над векторами.
4. Свойства скалярного произведения векторов.
5. Свойства векторного произведения векторов. Приложения векторного произведения векторов.
6. Свойства смешанного произведения векторов. Приложения смешанного произведения векторов.

#### Тема 12. Аналитическая геометрия на плоскости

1. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости и в пространстве.
2. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.
3. Уравнения плоскости в пространстве. Проекция точки на плоскость.
4. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
5. Уравнение прямой в пространстве.
6. Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы, параболы и их свойства.

## 7. Поверхности 2-го порядка.

### Критерии оценки

**Оценка «5» ставится, если студент:** глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, в ответах на вопросы умеет тесно увязывать теорию с практикой.

**Оценка «4» ставится, если студент** ответил правильно, но допустил не более одной негрубой ошибки и одного недочета, при этом он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

**Оценка «3» ставится, если студент** правильно излагает не менее половины работы или допустил не более двух грубых ошибок, имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

**Оценка «2» ставится, если студент** отвечает правильно менее половины всего объёма информации, не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Оценка «2» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий.

### 2.3. Оценочные средства практических занятий

#### Практическое занятие № 1

Тема: Действия над комплексными числами в различных формах.

1. Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа

$$z = 2 - 2i$$

2. Выполните действия  $\frac{2}{3i}$

3. Выполните действия  $\frac{2-3i}{4+5i}$

4. Вычислить:  $(1 + i)^8$

5. Представить в алгебраической форме число  $z = 2(\cos 2\pi + i \sin 2\pi)$

6. Представить в тригонометрической форме число  $-\sqrt{3} - i$

7. Найти произведение:  $2[\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6})] * 3[\cos(\frac{\pi}{12}) + i \sin(\frac{\pi}{12})]$

8. Выполнить деление:  $10[\cos(\frac{3\pi}{4}) + i \sin(\frac{3\pi}{4})] \div 2[\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4})]$

9. Возвести в степень:  $[\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6})]^6$

10. Представить в показательной форме число:  $z = -1 + i$

#### Ключ к практическому занятию №1

1	$r = 2\sqrt{2}, \varphi = -\frac{\pi}{4}$
2	$-\frac{2}{3}i$

3	$\frac{-7}{41} - \frac{22}{41}i$
4	16
5	2
6	$2[\cos(-\frac{5\pi}{6} + 2\pi_k) + i \sin(-\frac{5\pi}{6} + 2\pi_k)]$
7	$3\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$
8	5i
9	-1
10	$z = \sqrt[4]{2e^{\frac{3\pi i}{4}}}$

### Практическое занятие № 2

Тема: Предел последовательности, предел функции.

1. Найти предел последовательности  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{4^n}$
2. Найти предел последовательности  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(n!)}{n^2}$
3. Найти формулу общего члена последовательности:  $x_n = \{6; 20; 56; 144; 352; \dots\}$
4. Найти предел  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x - 2}{x^2 - x - 3}$
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 5x}$
6. Найти односторонние пределы в точке  $x = 0$  у кусочно-непрерывной функции  $\begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ x - 1, & x > 0 \end{cases}$
7. Найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x+6}{x+3}\right)^{2x}$
8. Исследовать на непрерывность функцию  $y = \frac{x+2}{x^2-4}$
9. Найти точки разрыва функции, исследовать их характер, в случае устранимого разрыва доопределить функцию по непрерывности:  $y = \frac{\cos x}{x}$
10. Найти точки разрыва функции, исследовать их характер, в случае устранимого разрыва доопределить функцию по непрерывности:  

$$y = \frac{x-1}{x^2-1}$$

### Ключ к практическому занятию №2

1	$\frac{1}{3}$
2	0
3	$x_n = 2^n \cdot (2n + 1)$
4	$L = \frac{0}{-5} = 0$

5	$\frac{6}{5}$
6	$f(0+0) = -1, \quad f(0-0) = 0$
7	6
8	X=2, точкой разрыва второго рода
9	X=0 разрыв II -го рода.
10	x=1 – устранимый разрыв, y(1)=1/2, x = -1 – разрыв II-го рода

### Практическое занятие № 3

Тема: Производные высших порядков.

1. Найти вторую производную функции  $y(x) = x \ln(2x + 3)$
2. Материальная точка движется по закону  $s(t) = 2t^3 + 3t$  где s измеряется в метрах, а t - в секундах. Найти значение t, при котором ускорение точки равно 12.
3. Найти  $(y)^4(x)$ , если  $y(x) = e^4 \sin 3x$
4. Найти производную порядка n функции  $f(x) = \sin x$ .
5. Найти  $y''$  функции  $y(x) = x^2 - 3$

### Ключ к практическому занятию №3

1	$y'' = \frac{4(x+3)}{(2x+3)^2}$
2	1с
3	$(y)^4(x) = e^{4x}(336 \cos 3x - 527 \sin 3x)$
4	$f^{(n)} = (\sin x)^{(n)} = \sin(x + \frac{\pi}{2}n)$
5	$y'' = 2$

### Практическое занятие № 4

Тема: Дифференциалы высших порядков.

1. Найти дифференциал третьего порядка функции  $y(x) = 4x^3 - 12x + 5$ .
2. Найти дифференциал второго порядка  $d^2u$  функции  $f(u) = \sqrt{u}$ , где  $u(x) = 3x + 7$  и x-независимая переменная.
3. Найти дифференциал пятого порядка  $d^5y$  функции  $y = 3x^4 + 7x^3 - 5x^2 - 10x + 13$ , последовательным дифференцированием.
4. Найти дифференциал шестого порядка  $d^6y$  функции  $y = \cos 2x$
5. Найти дифференциал  $d^3y$ , третьего функции  $y = \frac{\ln x}{x^2}$

### Ключ к практическому занятию № 4

1	$d^3y = 24 dx^3$
2	$d^2u = -\frac{9}{4\sqrt{(3x+7)^3}} dx^2$
3	$d^6y = 0$
4	$d^6y = -64 \cos 2x dx^6$
5	$d^3y = \frac{26 - 24 \ln x}{x^5} dx^3$

### Практическое занятие № 5

Тема: Неопределенный интеграл и его свойства.

1. Вычислить интеграл:  $\int \sqrt{x} dx$
2. Вычислить интеграл:  $\int \sqrt[3]{x^2} dx$
3. Вычислить интеграл:  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$
4. Вычислить интеграл:  $\int 3x^6 dx$
5. Вычислить интеграл:  $\int (x^3 + 2x^2 + 5x) dx$
6. Вычислить интеграл:  $\int (x^4 - x^2 + 4) dx$
7. Вычислить интеграл:  $\int (\sqrt[n]{x} + \sqrt[m]{x}) dx$
8. Вычислить интеграл от дроби:  $\int (\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}) dx$
9. Вычислить интеграл:  $\int (\cos x + 5 \sin x) dx$
10. Вычислить интеграл:  $\int \frac{dx}{7x-1}$

### Ключ к практическому занятию № 5

1	$\int \sqrt{x} dx = 2/3x\sqrt{x} + C$
2	$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} + C$
3	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$
4	$\int 3x^6 dx = 3 * \frac{x^7}{7} + C$
5	$\int (x^3 + 2x^2 + 5x) dx = \frac{3x^4 + 8x^3 + 30x^2}{12} + C$
6	$\int (x^4 - x^2 + 4) dx = \frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 4x + C$
7	$\int (\sqrt[n]{x} + \sqrt[m]{x}) dx = \frac{n}{n+1} x^{\frac{n}{n+1}} + \frac{m}{m+1} x^{\frac{m}{m+1}} + C$

8	$\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}\right) dx = \ln x + \frac{1}{2x^2} + C$
9	$\int (\cos x + 5 \sin x) dx = \sin x - 5 \cos x + C$
10	$\int \frac{dx}{7x - 1} = \frac{1}{7} - \ln 7x - 1  + C$

### Практическое занятие № 6

Тема: Определенный интеграл и его свойства.

1. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi} \sin x dx$
2. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi} -\cos x dx$
3. Вычислить интеграл  $\int_0^1 e^{kx} dx$
4. Вычислить интеграл  $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx$
5. Вычислить интеграл  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$
6. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$
7. Вычислить интеграл  $\int_a^b \frac{dx}{x}$  ( $a > 0, b > 0$ )
8. Вычислить интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$
9. Вычислить интеграл  $\int_5^{20} \frac{1}{x^3} dx$
10. Вычислить интеграл  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx$

### Ключ к практическому занятию № 6

1	0
2	0
3	$\int_0^1 e^{kx} dx = \frac{e^k - 1}{k}$
4	$\int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{2}$
5	$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{3}$
6	$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \sqrt{2} - 1$
7	$\int_a^b \frac{dx}{x} = \ln \frac{b}{a}$
8	$\int_0^1 \frac{dx}{1+x} = \ln 2$

9	$\int_5^{20} \frac{1}{x^3} dx = \frac{3}{160}$
10	$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx = -1$

### Практическое занятие № 7

Тема: Производные и дифференциалы высших порядков.

1. Найти дифференциалы 1-го и 2-го порядков следующих функций: (x,y,z – независимые переменные):  $z = x^3 + 3x^2y - y^3$
2. Найти дифференциалы 1-го и 2-го порядков следующих функций: (x,y,z – независимые переменные):  $u = xy + yz + zx$
3. Найти  $d^3z$ , если  $z = e^y \sin x$
4. Найти  $d^6u$ , если  $u = \ln(x + y + z)$
5.  $f(x) = \sqrt{x}$  Вычислить  $f''(x)$  и  $f''(4)$

### Ключ к практическому занятию № 7

1	$dz = (3x^2 + 6xy)dx + (3x^2 - 3y^2)dy$ $d^2z = 6((x + y)dx^2 + 2xdxdy - ydy^2)$
2	$du = (y + z)dx + (x + z)dy + (x + y)dz$ $d^2u = (2dxdy + dx dz + dy dz)$
3	$d^3z = -\cos x e^y dx^3 + -3e^y \sin x dx^2 dy + 3e^y \cos x y^y dx dy^2 + 3e^y \sin x e^y dx^3$
4	$d^6u = -\frac{5!}{(x + y + z)^6} * (dx + du + dz)^6$
5	$f''(x) = \frac{3}{8\sqrt{x^5}} \quad f''(4) = 3/256$

### Практическое занятие № 8

Тема: Методы дифференцирования и интегрирования для решения практических задач.

1. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (xy + 4)dxdy$ , область D ограничена прямыми  $x=1, x=2, y=1, y=3$ .
2. Вычислить двойной интеграл от функции  $f(x, y) = e^{2x-y}$  по области D – прямоугольнику  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3$
3. Пусть область D – круговой сектор  $y \geq x, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 9$
4. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (x - y)dxdy$ , область D ограничена параболой  $y = 2 - x^2$  и прямой  $y = 2x - 1$
5. Вычислить повторный интеграл  $\int_0^2 dy \int_1^{y+2} (y^2 + 2x)dx$
6. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D xy dxdy$  по области  $D: x^2 + y^2 \leq 2x, y \leq 0$

7. Найдите площадь фигуры ограниченной петлей кривой  
 $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2 xy, \quad (x, y \geq 0, a = \text{const} > 0$
8. Найти координаты центра масс плоской пластинки D, заданной неравенством  $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3 - x^2 + 2x$  имеющей плотность  $\mu = x$
9. Найдите площадь поверхности кругового цилиндра  $x^2 + z^2 = a^2$ , вырезаемой параболическим цилиндром  $y^2 = a^2 - ax$
10. Найдите объем тела, ограниченного поверхностями  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  и  $x^2 + y^2 - 2z^2 = -4$

### Ключ к практическому занятию № 08

1	14
2	$\frac{1}{2}(e^2 - 1)(1 - e^{-3})$
3	$-\frac{243\sqrt{2}}{10}$
4	$4\frac{4}{15}$
5	26
6	-2/3
7	$\frac{a^2}{2}$
8	$C(1,68; 1,56) = C(\frac{42}{25}; \frac{39}{25})$
9	$S(\sigma) = 8a^2\sqrt{2}$
10	$\frac{8\pi}{3}(2 - \sqrt{2})$

### Практическое занятие № 9

Тема: Исследование сходимости рядов.

1. Записать ряд по его заданному общему члену  $u_n = \frac{n+1}{2^n}$
2. Найти  $n$ -й член ряда его данным первым членам:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots$$

3. Найдите первые пять членов ряда по его заданному общему виду  $u_n = \frac{n}{n+1}$
4. Пользуясь определением суммы ряда и его сходимости, выясните сходится ли ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

5. Найдите область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{(x-1)^n}{n \cdot 7^n}$
6. Используя теоремы сложения, исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \sin n}{n^2 + 1}$
7. Применяя почленное дифференцирование, найдите сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^{n-1}$
8. Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(3n)!} = \frac{2}{3!} + \frac{4}{6!} + \dots$$

9. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{(3n-2)}\right)^{4n+5} = \left(\frac{1}{1}\right)^9 + \left(\frac{3}{4}\right)^{13} + \dots$

10. Исследовать ряды на абсолютную (условную) сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^{n+2}}{(2n)!} = -\frac{27}{2} + \frac{83}{24} + \frac{243}{720} + \dots$$

### Ключ к практическому занятию № 09

1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n} = \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \dots + \frac{n+1}{2^n} + \dots$
2	$\frac{1}{2n+1}$
3	$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \dots$
4	сходится
5	$\Omega = \{x \mid -6 < x \leq 8\}$
6	Сходится
7	$S(x) = \frac{2-x}{(1-x)^2},  x  < 1$
8	Числовой ряд сходится
9	в соответствии с радикальным признаком Коши, ряд сходится
10	по признаку Даламбера ряд сходится, знакочередующийся ряд сходится абсолютно.

### Практическое занятие № 10

Тема: Тригонометрический ряд Фурье.

- Разложить в ряд Фурье периодическую с периодом  $T = 2$  функцию  $f(x)$ , заданную формулой  $f(x) = \begin{cases} 0, & -1 < x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$
- Определить периодическое решение уравнения  $y'' + 2y = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^4}$
- Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$

4. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию, заданную в промежутке  $-1 \leq x \leq 1$  уравнением  $f(x) = x^2$

### Ключ к практическому занятию №10

1	$x = \pm 1, \quad \pm 3 = \frac{1}{2}$
2	$y(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2(1-n^2)} + c_1 \cos x + c_2 \sin x$
3	$f(x) = \pi/4 - \pi/2 \left( \frac{\cos x}{1} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \frac{\cos 5x}{5^2} + \dots + \left( \frac{\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \frac{\sin 4x}{4} + \frac{\sin 5x}{5} + \dots \right) \right)$
4	$x^2 = \frac{1}{3} - \frac{4}{\pi^2} \left( \cos \pi x - \frac{\cos 2\pi x}{2^2} + \frac{\cos 3\pi x}{3^2} - \dots \right)$

### Практическое занятие № 11

Тема: Решение дифференциальных уравнений.

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения  $x \cdot \frac{dy}{dx} + y = y^2$
2. Решите дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+4y-5}{6x-y-5}$
3. Найдите общее решение дифференциального уравнения  $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 0$
4. Найдите общее решение дифференциального уравнения  $x \cdot \frac{dy}{dx} = y \ln \left( \frac{y}{x} \right)$
5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения  $\frac{dy}{dx} + 2xy = 2x^3y^3$
6. Найдите общее решение дифференциального уравнения  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \cos x$
7. Решить дифференциальное уравнение  $(1 + 3^x)yy'_x = 3^x$ .
8. Решить дифференциальное уравнение  $x' + x = y + 1$ .
9. Решить уравнение Бернулли  $3xy' - 2y = \frac{x^3}{y^3}$
10. Найти общий интеграл уравнения  $e^y dx + (xe^y - 2y) * dy = 0$

### Ключ к практическому занятию №11

1	$y + C_1xy - 1 = 0$
2	Общим интегралом будет $\ln y - x  + 5 \frac{x-1}{y-x} = C$ , дополнительное решение $y = x$
3	$y = C_1e^x + C_2e^{-2x}$
4	$y = xe^{1+C_1x}$
5	$y = C_1e^{2x^2} + x^2 + \frac{1}{2}$
6	$y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{1}{2} x \sin x$

7	$\frac{1}{\ln 3} * \ln 1 + 3^x  + C$
8	$x(y) * e^y = Ce^{-y} + y$
9	$x^{2/3} * \sqrt[4]{4C + 4x^{1/3}}$
10	$x * e^y - y^2 = C$

### Практическое занятие № 12

Тема: Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка.

1. Найти общее решение уравнения  $\frac{d^2y}{dx^2} = \sin x$
2. Найти частное решение уравнения  $\frac{d^2y}{dx^2} = 2 \frac{dy}{dx}$ , если  $y = 3/2$  и  $\frac{dy}{dx} = 1$  при  $x = 0$
3. Найти частное решение уравнения  $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{x+2} \frac{dy}{dx}$ , если  $y = 2$  и  $\frac{dy}{dx} = 8$  при  $x = 2$
4. Решить уравнение  $\frac{d^2y}{dx^2} - 7 \frac{dy}{dx} + 10y = 0$
5. Найти частное решение уравнения  $\frac{d^2y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} = 0$ , если  $y = 1$  и  $\frac{dy}{dx} = -1$  при  $x = 0$
6. Решить уравнение  $\frac{d^2y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} + 16y = 0$
7. Найти частное решение уравнения  $y'' + 8y' + 16y = 0$ , если  $y = 1$  и  $y' = 1$  при  $x = 0$
8. решение уравнения  $y'' - 6y' + 13y = 0$
9. Найти частное решение уравнения  $y'' + 8y' + 16y = 0$ , если  $y = 1$  и  $y' = 5$  при  $x = 0$
10. Найти частное решение уравнения  $y'' - 4y' + 5y = 0$ , если  $y' = -1$  при  $x = 0$

### Ключ к практическому занятию №12

1	$y = -\sin x + C_1x + C_2$
2	$y = \frac{1}{2e^{2x}} + 1$
3	$y = x^2 + 4x - 10$
4	$y = C_1e^{2x} + C_2e^{5x}$
5	$y = \frac{6}{5} - \left(\frac{1}{5}\right)e^{5x}$
6	$y = (C_1 + C_2x)e^{4x}$
7	$y = e^{-4x} + 5xe^{-4x}$
8	$y = e^{3x}(C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$
9	$y = e^{3x}(\cos 2x + \sin 2x)$
10	$y = e^{2x}(\cos x - 3 \sin x)$

### Практическое занятие № 13

Тема: Операции над матрицами.

1. Даны две матрицы,  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$  найдите их сумму.
2. Даны две матрицы,  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$  найдите их разность.
3. Пусть  $A = \begin{pmatrix} -2 & -5 & 7 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -3 & 8 & 4 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ . Найдите матрицу  $C = 3A + 5B$
4. Пусть  $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ -1 & 5 \\ 7 & 12 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ . Найдите  $C = A - 2B$
5. Даны две матрицы. Умножьте их друг на друга.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$
6. Найдите обратную матрицу  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
7. Вычислить  $A^3$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
8. Найдите обратную матрицу, матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
9. Найдите ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 0 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$
10. Найдите ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

### Ключ к практическому занятию №13

1	$C = A + B = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$
2	$C = A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 12 & -4 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} -21 & 25 & 41 \\ 11 & 3 & 25 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -5 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
5	$C = AB = \begin{pmatrix} 11 & 24 & 26 \\ 16 & 23 & 29 \\ 19 & 19 & 16 \end{pmatrix}$

6	$A^1 = \begin{pmatrix} 1/6 & -1/2 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & -1/3 \\ -2/3 & 0 & 2/3 \end{pmatrix}$
7	$A^3 = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 2 \\ 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
8	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/6 & -1/2 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & -1/3 \\ 2/3 & 1 & 2/3 \end{pmatrix}$
9	$\text{rang}(A)=3$
10	$\text{rang}(A)=2$

### Практическое занятие № 14

Тем: Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

1. Решить СЛАУ  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 11 \\ 3x_1 - x_2 = 12 \end{cases}$  методом Гаусса.
2. Решить СЛАУ  $\begin{cases} 2x_1 + 10x_2 - 3x_3 = 38 \\ -3x_1 - 24x_2 - 5x_3 = -86 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 27 \end{cases}$  методом Гаусса.
3. Решить СЛАУ  $\begin{cases} 12x_3 - 18x_4 + 5x_5 = -9 \\ -2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -7 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = -4 \\ -4x_1 + 8x_2 + 12x_3 - 6x_4 + 13x_5 = -1 \end{cases}$  методом Гаусса.
4. Решить СЛАУ  $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$  методом Гаусса.
5. Исследовать на совместность СЛАУ  $\begin{cases} x_1 - 5x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_2 + 3x_3 = 0 \\ -3x_1 + 15x_2 + 22x_3 - 14x_4 = 0 \\ 2x_1 - 10x_2 - 21x_3 + 16x_4 = 0 \end{cases}$

### Ключ к практическому занятию № 14

1	$\begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 3 \end{cases}$
2	$\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 3 \\ x_3 = -4 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 = -\frac{19}{2} + 2x_2 + \frac{13}{2}x_5 \\ x_3 = -\frac{9}{2} + \frac{11}{6}x_5 \\ x_4 = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2}x_5 \\ x_2 \in R; x_5 \in R \end{cases}$
4	Согласно теореме Кронекера-Капелли система несовместна.
5	Согласно следствию из теоремы Кронекера-Капелли, данная система является неопределённой (т.е. имеет бесконечное количество решений). $\begin{cases} x_1 = -\frac{17}{19}x_4 \\ x_2 = -\frac{15}{19}x_4 \\ x_3 = \frac{20}{19}x_4 \\ x_4 \in R \end{cases}$

### Практическое занятие № 15

Тема: Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов

1. Даны точки:  $A(4;0)$ ,  $B(7;4)$ ,  $C(-4;6)$ . Найдите длины векторов  $\overline{AB}$ .
2. Найдите косинус углов, образуемых заданными векторами с осями координат  $\vec{a} = \overline{AB}$ ,  $A = (2; -3)$ ,  $B = (1; 4)$ .
3. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ . зная, что  $\vec{a} = 6$ ,  $\vec{b} = 3$  вычислить  $(2\vec{a} + \vec{b})(2\vec{a} - 3\vec{b})$ .
4. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a} = (-3 \ 2)$  и  $\vec{b} = (4 \ 3)$
5. Даны две точки плоскости  $A(2, 1)$  и  $B(-2, 3)$ . Найдите координаты вектора  $\overline{AB}$
6. Даны векторы  $\vec{a}(1, -2)$  и  $\vec{b}(2, 3)$ . Найдите  $2\vec{a}$ ,  $\vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{a} - \vec{b}$
7. Вычислить объем пирамиды, построенной на векторах  $\vec{a} = (2; 3; 5)$ ,  $\vec{b} = (1; 4; 4)$   $\vec{c} = (3; 5; 7)$
8. Найдите работу силы  $\vec{F}$  на перемещении  $\vec{s}$ , если  $|\vec{F}| = 3$ ,  $|\vec{s}| = 8$  и  $(\vec{F}, \vec{s}) = 60^\circ$

9. Вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $150^\circ$ . Зная, что  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 3$ , вычислите  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot 4\vec{a}$
10. Даны точки A(-2; 4), B(3; -6), C(4; -2), и D(1;5). Вычислите скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$

### Ключ к практическому занятию № 15

1	5
2	$\cos a = -0,1\sqrt{2}, \quad \cos \beta = 0,7\sqrt{2}$
3	81
4	-6
5	$\overrightarrow{AB}(-4; 2)$
6	$2\vec{a} = (2; 4) \quad \vec{a} + \vec{b} = (3; 1) \quad \vec{a} - \vec{b} = (-1; -5)$
7	2/3 куб.ед
8	12 уд. Работы
9	$16 - 12\sqrt{3}$
10	180

### Практическое занятие № 16

Тема: Уравнение окружности, эллипса.

- Окружность с центром в точке (5; 6) касается оси x. Найдите уравнение окружности.
- Найдите уравнение окружности с центром в точке O(-2,3) и радиусом r=4. Какая из данных точек принадлежит окружности? Найдите координату точки принадлежащей окружности.
- Найдите уравнение прямой касательной к окружности  $x^2 + y^2 - 4x - 21 = 0$
- Составьте уравнение окружности, которая концентрична с  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5$  и касается прямой  $2x - y + 2 = 0$ ?
- Окружность с центром в точке касается оси y. составьте уравнение окружности?
- Найти эллипс, у которого расстояние между концами большой и малой оси равно 6, а междуфокусное расстояние равно малой оси.
- Найти длину хорды эллипса (6), проходящей через фокус перпендикулярно большой оси.
- Проверить, является ли линия, заданная общим уравнением  $9x^2 + 25y^2 - 225 = 0$ , эллипсом.
- Составить каноническое уравнение эллипса, если его полуоси соответственно равны 5 и 4.
- Дан эллипс  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$  Составить уравнение его директрис.

### Ключ к практическому занятию № 16

1	$(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 36$
2	A(2; 3)
3	$3x + 4y - 31 = 0$
4	$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 49/5$
5	$(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$
6	$\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{12} = 1$
7	$y_m = \frac{b}{a} \cdot y_n$
8	Данная линия - эллипс.
9	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$
10	$x = \pm 9$

### Практическое занятие № 17

Тема: Уравнение гиперболы и параболы на плоскости.

1. Составить каноническое уравнение гиперболы, если расстояние между фокусами равно 10 и действительная ось равна 8.
2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если её действительная ось равна 48 и эксцентриситет  $\varepsilon = \frac{13}{12}$
3. Дана гипербола  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ . Составить уравнение её директрис.
4. Даны уравнения асимптот гиперболы  $y = \pm \frac{5}{12}x$  и координаты точки  $M(24, 5)$ , лежащей на гиперболе. Составить уравнение гиперболы.
5. Фокусы эллипса расположены на оси  $Ox$  симметрично относительно начала координат. Составить каноническое уравнение эллипса, если:  $b = 4$ , а один из фокусов в точке  $(5; 0)$
6. Определить координаты фокуса параболы  $y^2 = 4x$
7. Составить уравнение директрисы параболы  $y^2 = 6x$
8. Составить уравнение параболы, если расстояние от фокуса до директрисы равно 2.
9. Парабола симметрична относительно оси  $Ox$ , проходит через точку  $A(4, -1)$ , а вершина ее лежит в начале координат. Составить ее уравнение.
10. Составить уравнение параболы и ее директрисы, если парабола проходит через точки пересечения прямой  $x + y = 0$  и  $x^2 + y^2 - 4x = 0$  окружности и симметрична относительно  $Oy$

### Ключ к практическому занятию № 17

1	$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$
---	--------------------------------------

2	$\frac{x^2}{576} - \frac{y^2}{100} = 1$
3	$x = \pm 3 \div \frac{5}{3} = \pm \frac{3 \cdot 3}{5} \pm \frac{9}{5}$
4	$\frac{x^2}{432} - \frac{y^2}{75} = 1$
5	$\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16} = 1$
6	$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
7	$x = -\frac{3}{2}$
8	$y^2 = 4x$
9	$y^2 = \frac{1}{4}x$
10	$x^2 = -2y \quad 2y - 1 = 0$

#### 2.4. Оценочные средства внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся

Домашняя работа №1 по выполнению расчетных заданий по теме: «Решение задач с комплексными числами».

Домашняя работа №2 по выполнению расчетных заданий по теме: «Теория пределов».

Домашняя работа №3 по выполнению расчетных заданий на тему: «Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной действительной переменной».

Домашняя работа № 4 по выполнению расчетных заданий на тему: «Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных».

Домашняя работа № 5 по выполнению расчетных заданий на тему: «Теория рядов».

Домашняя работа № 6 по выполнению расчетных заданий на тему: «Решение дифференциальных уравнений».

Домашняя работа № 7 по выполнению расчетных заданий по теме: «Матрицы и определители».

Сообщение/презентация на тему: «Значение математики в профессиональной деятельности».

### 3. КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ для промежуточного контроля успеваемости по дисциплине ОП. 01 Элементы высшей математики

#### 3.1 Пояснительная записка

Оценочные средства представляют собой банк заданий для проведения промежуточного контроля по учебной дисциплине ОП. 01. Элементы высшей математики ориентированы на проверку качества знаний и умений обучающихся, а также формирования компетенций, предусмотренных ФГОС по специальности 09.02.09. Веб-разработка.

Содержание банка заданий отражает содержание рабочей программы учебной дисциплины.

Настоящий комплект оценочных материалов предназначен для проведения дифференцированного зачета по учебной дисциплине ОП. 01. Элементы высшей математики в форме контрольной работы.

Полный комплект оценочных средств включает 12 практических заданий, направленные на проверку сформированности всей совокупности образовательных результатов, заявленных во ФГОС и рабочей программе ОП. 01. Элементы высшей математики в форме контрольной работы.

#### 3.2. Тест промежуточного контроля

Время на выполнение – 90 минут

##### ВАРИАНТ 1

1. Выразить число  $z = -1 + i$  в тригонометрической форме.
2. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 + x - 5)$
3. Дана функция  $y = e^{3x}$ . Найти  $y^4$
4. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость  
$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$$
5. Найти полный дифференциал функции  $z = \frac{x}{y}$  и вычислить его в точке (0:2)
6. Вычислить интеграл:  $\iint_D \frac{dx dy}{(x-y)^2}$
7. Исследовать сходимость ряда, используя признак Далабера:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{5^n} = \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{6}{125} + \dots + \frac{2n}{5^n} + \dots$
8. Найти общее решение уравнения  $\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$

9. Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$  найдите обратную методом присоединенной матрицы.

10. Решить методом Гаусса систему уравнений: 
$$\begin{cases} 3x + 2y - 5 = -1 \\ 2x - y + 3z = 13 \\ x + 2y - z = 9 \end{cases}$$

11. Найдите  $(-3\vec{a} \cdot 2\vec{b})$ , если  $|\vec{a}| = \frac{1}{2}$ ,  $|\vec{b}| = \frac{1}{6}$ ,  $(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\pi}{2}$

12. Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки  $A(1; 2)$  в два раза больше, чем от точки  $B(4; 5)$ . Выполнить чертёж. Привести полученное уравнение к каноническому виду.

### ВАРИАНТ 2

1. Записать комплексное число  $z = -2i$  в показательной форме.

2. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow -1} (2x^3 - 5x^2 + x - 4)$

3. Найти  $y^{10}$  для функции  $y = \ln(2x - 1)$

4. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость

$$\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{x^4}$$

5. Найти полный дифференциал функции  $z = \frac{x}{y}$  и вычислить его в точке  $(1; 1)$ .

6. Вычислить интеграл:  $\iint_D (x + 2y) dx dy$

7. Исследовать сходимость ряда, используя признак Далабера:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n} = \frac{1}{3} + \frac{1 \cdot 3}{3^2} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3^3} + \dots + \frac{n!}{3^n} + \dots$

8. Найти общее решение уравнения  $\frac{d^2 y}{dx^2} = \sin x$

9. Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  найдите обратную методом присоединенной матрицы.

10. Решить методом Гаусса систему уравнений: 
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + 2z = 6 \\ x + 2y + 5z = -1 \end{cases}$$

11. Вычислите площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{c} = -\vec{m} + 2\vec{n}$ ,  $\vec{d} = 3\vec{m} - \vec{n}$ , если  $|\vec{m}| = 5$ ,  $|\vec{n}| = 4$ ,  $(\vec{m}; \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$

12. Составить уравнение множества точек, для каждой из которых квадрат расстояния до точки  $K(2; 0)$  на 16 больше квадрата расстояния до оси ординат.

### Ключ тестового задания промежуточного контроля

ВАРИАНТ 1		ВАРИАНТ 2	
1	$z = \sqrt{2}(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4}))$	1	$z = 2e^{-\frac{\pi}{2}i}$
2	25	2	-12

3	$y^4 = 3^4 e^{3x}$	3	$y^{10} = -\frac{9! \cdot 2^{10}}{(2x-1)^{10}}$
4	$+\infty$ , несобственный интеграл расходится, и площадь криволинейной трапеции равна бесконечности	4	$\frac{\pi}{4}$
5	$dz = \frac{1}{y} dx - \frac{x}{y^2} dy$ $dz = \frac{1}{2} dx$	5	$dz = \frac{1}{y} dx - \frac{x}{y^2} dy$ $dz = dx - dy$
6	$\iint_D \frac{dx dy}{(x-y)^2} = \ln \frac{25}{4}$	6	$\iint_D (x+2y) dx dy = \frac{29}{20}$
7	ряд сходится	7	ряд расходится
8	$\frac{(x+1)^4}{2} + C(x+1)^2$	8	$y = -\sin x + C_1 x + C_2$
9	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$	9	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
10	(3; 5; 4)	10	(4; 0; -1)
11	$\frac{1}{2}$ единиц	11	$S_{\Delta} = 25e d^2$
12	Искомая линия $(x-5)^2 + (y-6)^2 = (2\sqrt{2})^2$ представляет собой окружность с центром в точке $O(5;6)$ , $r = 2\sqrt{2}$ . каноническое уравнение: $x^2 + y^2 = (2\sqrt{2})^2$	12	искомое множество точек представляет собой параболу $y^2 = 4(x+3)$

### Критерии оценки дифференцированного зачета

За правильный ответ начисляется 1 балл

Максимальное количество баллов – 12 баллов

Тестовые оценки необходимо соотносить с общепринятой пятибалльной системой:

Количество баллов	%	Оценка
11 – 12	91-100%	«5» (отлично)
9 – 10	71-90 %	«4» (хорошо)
7 – 8	60 – 70 %	«3» (удовлетворительно)
Менее 7	Менее 60 %	«2» (неудовлетворительно)